

## ΠΕΡΙΟΔΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΤΙΚΗ ΡΟΗ ΑΕΡΙΟΥ ΣΕ ΚΙΝΟΥΜΕΝΗ ΜΙΚΡΟΔΙΑΤΑΞΗ ΤΥΠΟΥ COMB

**Α. Τσιμπούκης<sup>1</sup>, Δ. Βαλουγεώργης<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Υποψήφιος Διδάκτωρ, <sup>2</sup>Καθηγητής

Εργαστήριο Φυσικών και Χημικών διεργασιών,  
Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας,

Πεδίον Άρεως, 38334, Βόλος

E-mail: <sup>1</sup>atsimpoukis@mie.uth.gr, <sup>2</sup>diva@mie.uth.gr

### Λέξεις Κλειδιά

Διάταξη comb, Περιοδική ροή, Κινητική θεωρία, Shakhov, Ροή συμπίεσης, Squeeze flow

### ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Οι περιοδικές ροές εμφανίζονται συχνά σε μικροσυστήματα MEMS (Micro-Electro Mechanical Systems) που ταλαντώνονται με χαμηλή ή υψηλή συχνότητα. Η επίλυση των ροών είναι απαραίτητη για τον σωστό υπολογισμό των δυνάμεων απόσβεσης. Λόγω των μικρών διαστάσεων ή της χαμηλής πίεσης του αερίου ή της πολύ υψηλής συχνότητας ταλάντωσης της διάταξης η μοντελοποίηση των ροών δεν γίνεται με τις εξισώσεις Navier – Stokes αλλά με την κινητική θεωρία των αερίων. Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη της περιοδικής ροής σε διάταξη comb που υπόκειται σε κάθετη αρμονική ταλάντωση σε όλο το εύρος των συχνοτήτων και αραιοποίησης. Χρησιμοποιείται το γραμμικό χρονομεταβαλλόμενο κινητικό μοντέλο Shakhov. Τα αποτελέσματα εστιάζουν στην ορθή και διατμητική τάση των κινούμενων τοιχωμάτων. Και τα δύο πλάτη των τάσεων αρχικά μειώνονται μέχρι μια ελάχιστη τιμή όσο αυξάνεται η παράμετρος αραιοποίησης και στη συνέχεια εμφανίζουν μια ταλαντωτική συμπεριφορά μέχρι οι τιμές τους να παραμείνουν σταθερές. Στις χαμηλές συχνότητες και οι δύο τάσεις επηρεάζονται σημαντικά από την αλλαγή των διαστάσεων, ενώ αντίθετα στις υψηλές συχνότητες επηρεάζονται ελάχιστα.

### 1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι διατάξεις comb (Tang, 1994) έχουν διερευνηθεί στο παρελθόν γιατί εφαρμόζονται σε αρκετά συστήματα και συσκευές, όπως φίλτρα συντονισμού, αισθητήρες, ενεργοποιητές και ταλαντωτές συντονισμού (resonators). Επειδή η ενέργεια που χάνεται από το ταλαντωτή λόγω των συγκρούσεων των μορίων του αέρα με τα τοιχώματα είναι σημαντική οι διατάξεις αυτές λειτουργούν συνήθως σε συνθήκες κενού έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται η απόσβεση του συστήματος. Η ακριβής επίλυση των ροών και ο υπολογισμός των δυνάμεων απόσβεσης είναι απαραίτητα στοιχεία για τον σωστό σχεδιασμό της διακριτότητας και ευαισθησίας του σήματος των αισθητήρων.

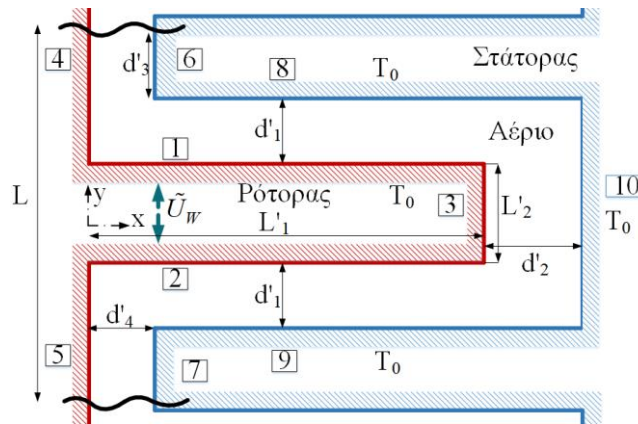
Ανάλογα με τις διαστάσεις της διάταξης και τις συνθήκες λειτουργίας έχουν αναφερθεί αρκετά μοντέλα για τον υπολογισμό της απόσβεσης με αέρα στην βιβλιογραφία. Τα πλέον διαδεδομένα βασίζονται στην εξίσωση Reynolds η οποία όμως αγνοεί τις δυνάμεις αδράνειας (Blech, 1983). Άλλα μοντέλα βασίζονται στις χρονομεταβαλλόμενες ασυμπίεστες εξισώσεις Navier-Stokes (Cho *et al.*, 1994; Veijola and Lehtovuori, 2009), ενώ για υψηλές συχνότητες συνήθως εφαρμόζουν και τις εξισώσεις Euler (Beltman *et al.*, 1997).

Όμως, όπως έχει αποδειχθεί αυτές οι μεθοδολογίες ισχύουν μόνο εφόσον α) η μέση ελεύθερη διαδρομή των μορίων του αερίου είναι σημαντικά μικρότερη της χαρακτηριστικής απόστασης και β) ο ενδομοριακός χρόνος συγκρούσεων είναι μικρότερος από το χρόνο ταλάντωσης. Εάν έστω και μία από τις δύο αυτές συνθήκες δεν ικανοποιείται, τότε η μοντελοποίηση και επίλυση της ροής πρέπει να βασίζεται στη κινητική θεωρία των αερίων (Tsimpoukis and Valougeorgis, 2018).

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη της περιοδικής ροής στη διάταξη comb που υπόκειται σε κάθετη αρμονική ταλάντωση σε όλο το εύρος συχνοτήτων (ακόμη και αυτών που είναι αντίστοιχες με τις συχνότητες ενδομοριακών συγκρούσεων), σε γεωμετρίες όπου οι αποστάσεις ανάμεσα στα τοιχώματα της συσκευής είναι μερικά μικρά και πλησιάζουν αυτές της μέσης ελεύθερης μοριακής διαδρομής. Το αντίστοιχο πρόβλημα μόνιμης ροής έχει ήδη μελετηθεί με τη χρήση κινητικών εξισώσεων (Frangi, Frezzotti and Lorenzani, 2007; Lorenzani *et al.*, 2007).

## 2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΡΟΗΣ

Εξετάζεται η μικροδιάταξη τύπου comb, απλοποιημένο διάγραμμα της οποίας παρουσιάζεται στο Σχήμα 1, όπου επίσης απεικονίζονται το σύστημα συντεταγμένων  $x-y$  και οι βασικές αποστάσεις και παράμετροι που καθορίζουν τη γεωμετρία της συσκευής. Το εσωτερικό τμήμα (ρότορας) κινείται με ταχύτητα  $\tilde{U}_w = \Re[U_w \exp(-i\omega t')]$  στη διεύθυνση  $y$ , ενώ το εξωτερικό τμήμα (στάτορας) είναι σταθερό. Οι ποσότητες  $U_w$  και  $\omega$  είναι το πλάτος και η συχνότητα ταλάντωσης του κινούμενου τμήματος,  $t'$  είναι ο χρόνος,  $i = \sqrt{-1}$ , ενώ το  $\Re$  δηλώνει το πραγματικό μέρος της μιγαδικής ποσότητας. Η παλινδρομική κίνηση του ρότορα έχει σαν αποτέλεσμα την εμφάνιση δύο χαρακτηριστικών ροών: τη ροή συμπίεσης (squeeze flow) στις επιφάνειες 1 και 2 και τη ροή Couette στις επιφάνειες 3,4,5. Οι επιφάνειες 6,7,8,9,10 παραμένουν στατικές. Το αποτέλεσμα της ταλάντωσης του ρότορα είναι μία περιοδική ροή που εξελίσσεται κάθετα στη διάταξη comb.



Σχήμα 1: Γεωμετρία μικροδιάταξης τύπου comb

Η περιοδική ροή καθορίζεται από τη παράμετρο αραιοποίησης και τη παράμετρο συχνότητας ταλάντωσης. Η παράμετρος αραιοποίησης είναι

$$\delta = \frac{P d_1'}{\mu \nu} \quad (1)$$

όπου  $d_1'$  είναι η απόσταση αναφοράς (βλέπε Σχήμα 1),  $P$  είναι η πίεση του αερίου,  $\mu$  είναι το ιξώδες του αερίου στη θερμοκρασία αναφοράς  $T$  και  $\nu = \sqrt{2kT/m}$  η πιο πιθανή μοριακή ταχύτητα, με  $m$  να δηλώνεται η μάζα του αερίου και με  $k$  η σταθερά του Boltzmann. Η παράμετρος αραιοποίησης είναι αντιστρόφως ανάλογη του αριθμού Knudsen. Η παράμετρος συχνότητα ταλάντωσης είναι ο λόγος της ενδομοριακής συχνότητας συγκρούσεων, που ορίζεται ως  $(P/\mu)$ , προς τη συχνότητα ταλάντωσης

$$\theta = \frac{P}{\mu \omega}. \quad (2)$$

Οι παράμετροι  $\delta$  και  $\theta$  μπορούν να συσχετιστούν με τον αριθμό Stokes  $\beta = R\sqrt{\omega\rho/\mu} = \delta/\sqrt{2\theta}$  ο οποίος δείχνει την επίδραση των δυνάμεων ιξώδους στη περιοδική ροή. Οι τιμές  $\delta \gg 1$  και  $\theta \gg 1$  αντιστοιχούν στην υδροδυναμική ροή που επιλύεται με βάση τις εξισώσεις Navier-Stokes. Επίσης, για  $\theta \rightarrow \infty$  και  $\theta \gg \delta$  η περιοδική ροή τείνει στη μόνιμη ροή, ενώ για  $\theta \rightarrow 0$  η ροή τείνει στη περιοχική υψηλής συχνότητας όπου οι μακροσκοπικές ποσότητες παραμένουν σταθερές. Η ροή είναι στην ελεύθερη μοριακή περιοχική όταν  $\delta = 0$  και  $\theta > 0$ .

Η περιοδική ροή αερίου στη μικροδιάταξη περιγράφεται από τις εξής μακροσκοπικές ποσότητες: τις ταχύτητες  $\tilde{U}_x(t, x, y)$ ,  $\tilde{U}_y(t, x, y)$ , την αριθμητική πυκνότητα  $\tilde{n}(t, x, y)$ , τη θερμοκρασία  $\tilde{T}(t, x, y)$ , τις θερμοροές  $\tilde{Q}_x(t, x, y)$ ,  $\tilde{Q}_y(t, x, y)$  και τις τάσεις  $\tilde{P}_{ij}(t, x, y)$ , όπου με  $ij = xx, yy$  και  $ij = xy$  ορίζονται οι ορθές και διατμητικές τάσεις αντίστοιχα. Όλες οι ποσότητες (μακροσκοπικές, χωρικές και χρονικές) γράφονται στην αδιάστατη μορφή τους ως

$$u = \frac{U}{U_w}, \rho = \frac{n}{n_0} \frac{\nu}{U_w}, \tau = \frac{T}{T_0} \frac{\nu}{U_w}, \Pi_{ij} = \frac{P_{ij}}{2P_0} \frac{\nu}{U_w}, x = x'/d'_1, y = y'/d'_1, t = t'\omega, c = \frac{\xi}{\nu} \quad (3)$$

Οι μακροσκοπικές ποσότητες παρουσιάζονται στη χρονομεταβαλλόμενη μορφή τους ως

$$\tilde{a}(t, x, y) = \Re[a(x, y)\exp(-it)] = \Re[a_A \exp(ia_P)\exp(-it)] = a_A \cos[t - a_P] \quad (4)$$

με  $a = [\rho, U_x, U_y, T, Q_x, Q_y, P_{ij}]$ , ενώ οι δείκτες  $A$  and  $P$  δηλώνουν το πλάτος και τη γωνία φάσης της κάθε ποσότητας. Οι περιοδικές μέσες τάσεις στα τοιχώματα  $\bar{\Pi}_{ij} = \bar{\Pi}_{ij,A} \exp[i\bar{\Pi}_{ij,P}]$  υπολογίζονται από τις εξισώσεις

$$\bar{\Pi}_{ij}(y) = \frac{L'_1}{d'_1} \int_0^{L'_1/d'_1} \Pi_{ij}(x, y) dx, \bar{\Pi}_{ij}(x) = \frac{L'_2}{d'_1} \int_0^{L'_2/d'_1} \bar{\Pi}_{ij}(x, y) dy \quad (5)$$

και είναι οι πλέον σημαντικές ποσότητες γιατί συνδέονται με την απόσβεση του συστήματος.

### 3. ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ

Η μεθοδολογία που εφαρμόζεται βασίζεται στη κινητική θεωρία (Tsimproukis and Valougeorgis, 2018) και στο κινητικό μοντέλο Shakhon (Shakhon, 1968) έτσι ώστε η λύση να είναι έγκυρη σε όλο το εύρος των παραμέτρων αραιοποίησης και συχνότητα ταλάντωσης. Υποθέτοντας ότι το πλάτος της ταλάντωσης του τοιχώματος είναι μικρό ( $U_w/\nu \ll 1$ ), εφαρμόζεται γραμμικοποίηση των ποσοτήτων και των εξισώσεων. Η υπόθεση ισχύει επειδή στις διατάξεις αυτές  $U_w < 1$  m/s (Frangi *et al.*, 2007). Μαζί με τη γραμμικοποίηση γίνεται και η αδιαστατοποίηση της κινητικής εξίσωσης και των μακροσκοπικών ποσοτήτων. Στη συνέχεια εφαρμόζεται η διαδικασία της προβολής της κινητικής εξίσωσης (Naris and Valougeorgis, 2007) με αποτέλεσμα οι βασικοί άγνωστοι να είναι οι συναρτήσεις  $Y(x, y, c_r, c_\varphi)$  και  $X(x, y, c_r, c_\varphi)$  που ικανοποιούν το παρακάτω σύστημα γραμμικών μιγαδικών ολοκληροδιαφορικών εξισώσεων:

$$\left( \delta - i \frac{\delta}{\theta} \right) Y + c_x \frac{\partial Y}{\partial x} + c_y \frac{\partial Y}{\partial y} = \delta \left( \rho + 2u_x c_r + 2u_y c_\varphi + \tau(\zeta^2 - 1) + \frac{4}{15}(c_r q_x + c_\varphi q_y)(\zeta^2 - 2) \right) \quad (6)$$

$$\left( \delta - i \frac{\delta}{\theta} \right) X + c_x \frac{\partial X}{\partial x} + c_y \frac{\partial X}{\partial y} = \delta \left( \frac{\tau}{2} + \frac{2}{15}(c_r q_x + c_\varphi q_y) \right) \quad (7)$$

Στις εξισώσεις (6) και (7),  $c_r = \zeta \cos \varphi$  και  $c_\varphi = \zeta \sin \varphi$  με  $\zeta \in [0, \infty]$  και  $\varphi \in [0, 2\pi]$  είναι τα αδιάστατα διανύσματα της μοριακής ταχύτητας, ενώ η σύζευξη των εξισώσεων προκύπτει από τις μακροσκοπικές ποσότητες της αριθμητικής πυκνότητας  $\rho$ , του διανύσματος της ταχύτητας  $(u_x, u_y)$ , της θερμοκρασία  $\tau$  και του διανύσματος της θερμοροής  $(q_x, q_y)$  που βρίσκονται στη δεξιά πλευρά των δύο εξισώσεων. Οι ορθές και οι διατμητικές τάσεις δεν περιλαμβάνονται στην επίλυση της κινητικής εξίσωσης όμως χρειάζονται για τον υπολογισμό της απόσβεσης. Οι μακροσκοπικές ποσότητες προκύπτουν από τις ροπές των κατανομών  $Y$  και  $X$ :

$$\rho = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} Y e^{-\zeta^2} \zeta d\zeta d\varphi, \quad \tau(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{2}{3} [Y(\zeta^2 - 1) + X] \zeta e^{-\zeta^2} d\zeta d\varphi \quad (8)$$

$$u_x(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} Y e^{-\zeta^2} \zeta^2 \cos \varphi d\zeta d\varphi, \quad u_y(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} Y e^{-\zeta^2} \zeta^2 \sin \varphi d\zeta d\varphi \quad (9)$$

$$q_x(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} [Y(c^2 - 2) + X] e^{-\zeta^2} \zeta^2 \cos \varphi d\zeta d\varphi \quad (10)$$

$$q_y(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} [Y(c^2 - 2) + X] e^{-\zeta^2} \zeta^2 \sin \varphi d\zeta d\varphi \quad (11)$$

$$\Pi_{xy}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} Y e^{-\zeta^2} \zeta^3 \sin \varphi \cos \varphi d\zeta d\varphi, \quad \Pi_{yy}(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} Y e^{-\zeta^2} \zeta^3 (\sin \varphi)^2 d\zeta d\varphi \quad (12)$$

Οι οριακές συνθήκες στα ισοθερμοκρασιακά τοιχώματα είναι πλήρους διάχυσης και η συνάρτηση κατανομής Maxwell των σωματιδίων που απομακρύνονται από το τοίχωμα καθορίζεται από τη θερμοκρασία και τη ταχύτητα του τοιχώματος. Στα ανοιχτά όρια εφαρμόζονται περιοδικές οριακές συνθήκες.

Η αριθμητική επίλυση γίνεται ντετερμινιστικά. Για τη διακριτοποίηση του χώρου των μοριακών ταχυτήτων χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος των διακριτών ταχυτήτων, ενώ οι χωρικές παράγωγοι προσεγγίζονται με κεντρώες πεπερασμένες διαφορές δεύτερης τάξης. Οι διακριτοποιημένες εξισώσεις λύνονται με επαναληπτική διαδικασία η οποία τερματίζεται όταν η διαφορά των μακροσκοπικών ποσοτήτων μεταξύ διαδοχικών επαναλήψεων είναι  $\varepsilon = 10^{-7}$ . Τα αποτελέσματα αποκτήθηκαν με 80 μέτρα μοριακών ταχυτήτων, 300 γωνίες μοριακών ταχυτήτων και 300 χωρικά διαστήματα στην χαρακτηριστική απόσταση.

#### 4. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

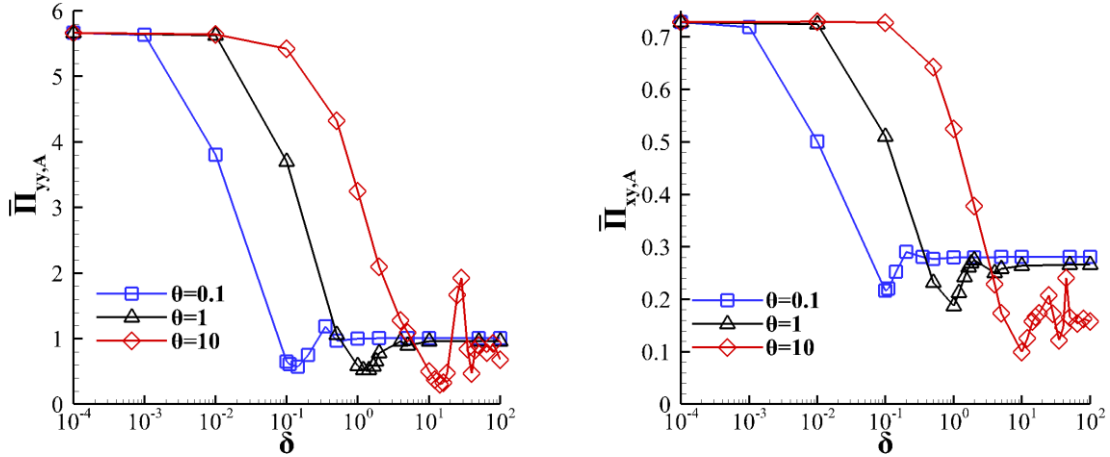
Στη βιβλιογραφία αναφέρονται τυπικές πειραματικές διατάξεις comb (Lorenzani *et al.*, 2007) με τις εξής διαστάσεις:  $L'_1 = 15 \mu\text{m}$ ,  $L'_2 = 2.56 \mu\text{m}$ ,  $d'_1 = d'_3 = d'_4 = 3.2 \mu\text{m}$ ,  $d'_2 = 4.2 \mu\text{m}$ . Οι αδιάστατες αποστάσεις αναφοράς θεωρούνται οι εξής:  $L_1 = L'_1 / d'_1 = 5.68$ ,  $L_2 = L'_2 / d'_1 = 0.8$ ,  $d_2 = d'_2 / d'_1 = 1.3$  και  $d_1 = d_3 = d_4 = 1$ . Με βάση τις υπάρχουσες εφαρμογές παρουσιάζονται, στον Πίνακα 1, ενδεικτικές τιμές των παραμέτρων αραιοποίησης και συχνότητας, όπως προκύπτουν για συσκευές με τις παραπάνω διαστάσεις που λειτουργούν με το αέριο αργό (Ar) σε συχνότητες 10-50.000 kHz, πιέσεις 5-1000 Pa και θερμοκρασία  $T = 293 \text{ K}$ . Στη συνέχεια γίνεται υπολογισμός των μέσων ορθών και διατμητικών τάσεων ως προς τις παραμέτρους αραιοποίησης και συχνότητας και των αδιάστατων αποστάσεων της συσκευής comb.

**Πίνακας 1.** Παράμετροι  $\delta$  και  $\theta$  για διαφορετικές πιέσεις και συχνότητες για αέριο αργό.

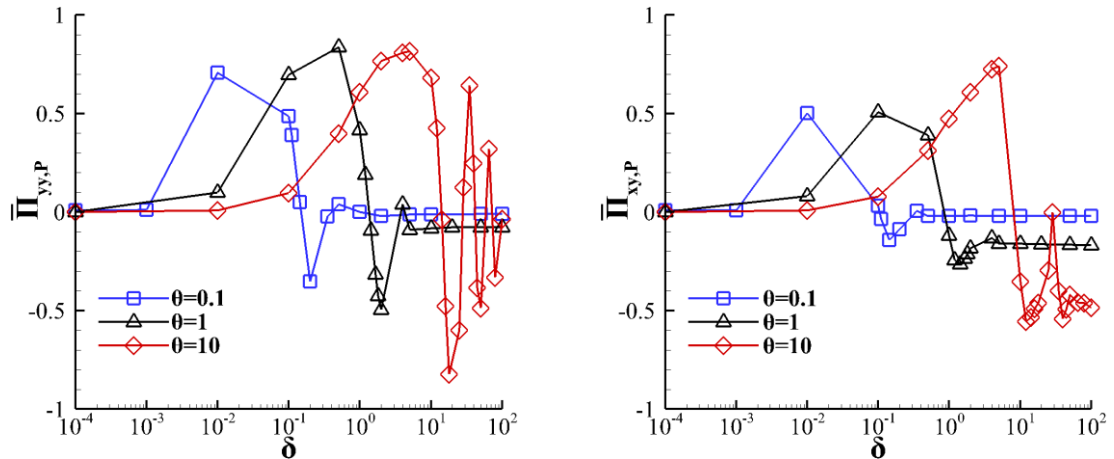
$\omega$ (kHz)	$P$ (Pa)	$\delta$	$\theta$
10	5	0.0021	3.75
10	10	0.0043	7.5
2000	100	0.043	0.37
50000	1000	0.43	0.15

Στο Σχήμα 2 παρουσιάζονται οι ποσότητες  $\bar{\Pi}_{yy,A}$  στην επιφάνεια 1 και  $\bar{\Pi}_{xy,A}$  στην επιφάνεια 3 συναρτήσει του  $\delta$  για  $\theta = [0.1, 1, 10]$ . Το πλάτος της ορθής τάσης  $\bar{\Pi}_{yy,A}$  για μικρές τιμές του  $\delta$  (ελεύθερη μοριακή περιοχή) παραμένει σταθερό, ενώ στη συνέχεια όσο το  $\delta$  αυξάνεται το πλάτος της

ορθής τάσης  $\bar{\Pi}_{yy,A}$  μειώνεται μέχρι μιας ελάχιστης τιμής που παρατηρείται για  $\delta \sim \theta$ . Το σημείο αυτό, γνωστό ως σημείο αντισυντονισμού, εμφανίζεται σε συγκεκριμένες συχνότητες και έχει σαν αποτέλεσμα την ελαχιστοποίηση των δυνάμεων απόσβεσης (Desvillettes and Lorenzani, 2012). Καθώς το  $\delta$  αυξάνεται περαιτέρω παρατηρείται ταλαντωτική συμπεριφορά του πλάτους της ορθής τάσης μέχρι να παραμείνει σταθερή ( $\bar{\Pi}_{yy,A} \approx 1.005$ ). Αυτή η οριακή τιμή σχεδόν ταυτίζεται με την οριακή τιμή στην αντίστοιχη μονοδιάστατη ταλαντωτική διάταξη (Kalempa and Sharipov, 2009). Το πλάτος της διαμητικής τάσης  $\bar{\Pi}_{xy,A}$  εμφανίζει ποιοτικά παρόμοια συμπεριφορά με την ορθή τάση αλλά ποσοτικά είναι μικρότερη περίπου κατά μία τάξη μεγέθους. Σε επαρκώς μεγάλες τιμές του  $\delta$  η τιμή του πλάτους της διαμητικής τάσης σχεδόν ταυτίζεται με την οριακή τιμή στο αντίστοιχο μονοδιάστατο περιοδικό πρόβλημα Couette (Sharipov and Kalempa, 2008).



**Σχήμα 2.** Μέσο πλάτος ορθής  $\bar{\Pi}_{yy,A}(L_2/2, \delta, \theta)$  και διαμητικής  $\bar{\Pi}_{xy,A}(L_1, \delta, \theta)$  τάσης συναρτήσει της παραμέτρου αραιοποίησης  $\delta$  και για παράμετρο συχνότητας ταλάντωσης  $\theta = [0.1, 1, 10]$ .



**Σχήμα 3.** Μέση φάση ορθής  $\bar{\Pi}_{yy,P}(L_2/2, \delta, \theta)$  και διαμητικής  $\bar{\Pi}_{xy,P}(L_1, \delta, \theta)$  τάσης συναρτήσει της παραμέτρου αραιοποίησης  $\delta$  και για παράμετρο συχνότητας ταλάντωσης  $\theta = [0.1, 1, 10]$ .

Στο Σχήμα 3 παρουσιάζονται οι ποσότητες  $\bar{\Pi}_{yy,P}$  στην επιφάνεια 1 και  $\bar{\Pi}_{xy,P}$  στην επιφάνεια 3 συναρτήσει του  $\delta$  για  $\theta = [0.1, 1, 10]$ . Η φάση της ορθής τάσης για μικρές τιμές του  $\delta$  είναι σχεδόν μηδέν, ενώ στη συνέχεια όσο το  $\delta$  αυξάνεται η φάση  $\bar{\Pi}_{yy,P}$  αυξάνεται μέχρι ένα μέγιστο και μετά αρχίζει και μειώνεται. Η φάση είναι κοντά στο μηδέν όταν  $\delta \sim \theta$ , δηλαδή εκεί που υπάρχει σημείο αντισυντονισμού (ή και συντονισμού). Καθώς το  $\delta$  αυξάνεται περαιτέρω η φάση  $\bar{\Pi}_{yy,P}$  αυξάνεται μέχρι η τιμή της να παραμείνει σταθερή όπως αντίστοιχα συμβαίνει και με το πλάτος. Αυτό ισχύει

κυρίως για τις περιπτώσεις  $\theta = [0.1, 1]$  ενώ για  $\theta = 10$  η ταλαντωτική συμπεριφορά της φάσης είναι πιο έντονη γιατί υπάρχουν περισσότερα σημεία συντονισμού και αντισυντονισμού. Η φάση της διατμητικής τάσης  $\bar{\Pi}_{xy,P}$  εμφανίζει ποιοτικά παρόμοια συμπεριφορά με τη φάση της ορθής τάσης όμως οι διακυμάνσεις δεν είναι τόσο έντονες.

Στη συνέχεια γίνεται μια παραμετρική ανάλυση του μήκους  $L_1$  στη τάση  $\bar{\Pi}_{yy,A}$  και του μήκους  $d_2$  στη τάση  $\bar{\Pi}_{xy,A}$ . Σημειώνεται ότι οι υπόλοιπες αποστάσεις έχουν πολύ μικρή επίδραση στις τάσεις για το λόγο αυτό δεν παρουσιάζονται σχετικά αποτελέσματα. Στο Πίνακα 2 παρουσιάζεται το μέσο πλάτος  $\bar{\Pi}_{yy,A}(L_2/2, \delta, \theta)$  της ορθής τάσης για διαστάσεις  $L_1 = [3.4, 5.68, 9]$  καθώς και οι σχετικές διαφορές  $\Delta$  (%) με την αρχική  $L_1 = 5.68$  για  $\delta = [0.1, 1, 10]$  και  $\theta = [0.1, 1, 10]$ . Ανάλογα με τα  $\delta$  και  $\theta$  οι περιπτώσεις χωρίζονται σε περιοχή χαμηλής συχνότητας ( $\theta = 10, \delta = [0.1, 1]$  και  $\theta = 1, \delta = 0.1$ ), μεσαίας ( $\delta \approx \theta$ ) και υψηλής ( $\theta = 0.1, \delta = [1, 10]$  και  $\theta = 1, \delta = 10$ ). Στη περιοχή χαμηλής συχνότητας όταν αυξάνεται το  $L_1$  αυξάνεται και το πλάτος της ορθής τάσης. Όμως στη περιοχή μεσαίας συχνότητας όταν αυξάνεται το  $L_1$  το  $\bar{\Pi}_{yy,A}$  μειώνεται και στη περιοχή της υψηλής συχνότητας παραμένει σχεδόν σταθερό. Οι ποσοστιαίες διαφορές είναι μεγαλύτερες για  $\delta = \theta = 10$  από ότι είναι για  $\delta = \theta = 0.1$ . Αυτό δείχνει πως όσο πιο πυκνό γίνεται το αέριο τόσο μεγαλύτερη επίδραση έχει η αλλαγή του μήκους  $L_1$ .

**Πίνακας 2.** Μέσο πλάτος ορθής τάσης  $\bar{\Pi}_{yy,A}(L_2/2, \delta, \theta)$  για διάφορες τιμές των  $\delta$  και  $\theta$  για διαστάσεις  $L_1 = [3.4, 5.68, 9]$  καθώς και οι σχετικές διαφορές (%) με την αρχική  $L_1 = 5.68$ .

$\theta$	$\delta$	$L_1 = 3.4$	$L_1 = 5.68$	$L_1 = 9$	$ \Delta_{3.4} $	$ \Delta_9 $
0.1	0.1	7.013(-1)	6.453(-1)	6.299(-1)	7.98	2.39
	1	9.952(-1)	9.998(-1)	1.002	0.46	0.26
	10	1.004	1.005	1.005	0.05	0.03
1	0.1	2.285	3.701	4.510	61.95	21.85
	1	6.588(-1)	5.848(-1)	5.595(-1)	11.22	4.32
	10	9.591(-1)	9.599(-1)	9.603(-1)	0.08	0.04
10	0.1	2.554	5.422	1.042(+1)	112.33	92.17
	1	1.923	3.250	4.186	69.01	28.80
	10	6.595(-1)	4.981(-1)	4.652(-1)	24.48	6.60

Επιπλέον, στο Πίνακα 3 παρουσιάζεται το μέσο πλάτος  $\bar{\Pi}_{xy,A}(L_2/2, \delta, \theta)$  της διατμητικής τάσης για διαστάσεις  $d_2 = [0.6, 1.3, 2.6]$  καθώς και οι σχετικές διαφορές  $\Delta$  (%) με την αρχική  $d_2 = 1.3$ . Στη περιοχή χαμηλής συχνότητας όταν αυξάνεται το  $d_2$  μειώνεται το πλάτος της διατμητικής τάσης. Όμως στη περιοχή μεσαίας συχνότητας όταν αυξάνεται το  $d_2$  το  $\bar{\Pi}_{xy,A}$  αυξάνεται. Επίσης, και για το μήκος  $d_2$  οι μεγαλύτερες ποσοστιαίες διαφορές εμφανίζονται για  $\theta = 10$ . Γενικά, σε κάθε περιοχή συχνότητας η αυξομειώση του μήκους επιδρά διαφορετικά στις τάσεις. Στις χαμηλές συχνότητες και η ορθή και η διατμητική τάση επηρεάζονται σημαντικά από την αλλαγή της διάστασης, ενώ αντίθετα στις υψηλές συχνότητες οι τάσεις επηρεάζονται ελάχιστα.

Τέλος, στο Σχήμα 4 παρουσιάζονται ενδεικτικά για  $\delta = [0.1, 1, 10]$  και  $\theta = 1$  τα πεδία του πλάτους της ταχύτητας  $u_{y,A}$  και της ορθής τάσης  $\bar{\Pi}_{yy,A}$  εντός της συσκευής comb. Είναι εμφανές ότι η κίνηση του ρότορα επηρεάζει σημαντικά τη ροή. Η απόσβεση αλλάζει σημαντικά με το  $\delta$ . Για  $\delta = 0.1$  το πλάτος της ταχύτητας είναι αυξημένο κοντά στα τοιχώματα και το πλάτος της ορθής τάσης είναι στη μέγιστη

τιμή του σε όλο το πεδίο ανάμεσα στα τοιχώματα 1 και 8. Όταν το  $\delta$  αυξάνεται το  $\bar{P}_{yy,A}$  μειώνεται στα κινούμενα τοιχώματα και εμφανίζει τη μέγιστη τιμή του στο στάσιμο τοίχωμα. Επειδή το αέριο γίνεται πυκνότερο καθώς αυξάνει το  $\delta$ , ενώ η παράμετρος συχνότητας παραμένει σταθερή εμφανίζονται ακουστικά κύματα και συγκεκριμένα στάσιμα κύματα. Κοντά σε αυτές τις συχνότητες το πλάτος της ταχύτητας είναι μέγιστο ενώ το πλάτος της ορθής τάσης γίνεται ελάχιστο στο κινούμενο τοίχωμα (Doi, 2010). Για  $\delta = 10$  παρατηρείται πως και οι δύο ποσότητες αρχίζουν και περιορίζονται κοντά στο κινούμενο τοίχωμα. Γενικά, όσο αυξάνεται η συχνότητα ταλάντωσης τόσο το αέριο δεν προλαβαίνει να αναπτυχθεί στο πεδίο. Το φαινόμενο ονομάζεται “gas trapping” (Lorenzani and Desvillettes, 2012).

**Πίνακας 3.** Μέσο πλάτος διατμητικής  $\bar{P}_{xy,A}(L_1, \delta, \theta)$  τάσης για διάφορες τιμές των  $\delta$  και  $\theta$  για διαστάσεις  $d_2 = [0.6, 1.3, 2.6]$  καθώς και τις σχετικές διαφορές (%) με την αρχική  $d_2 = 1.3$ .

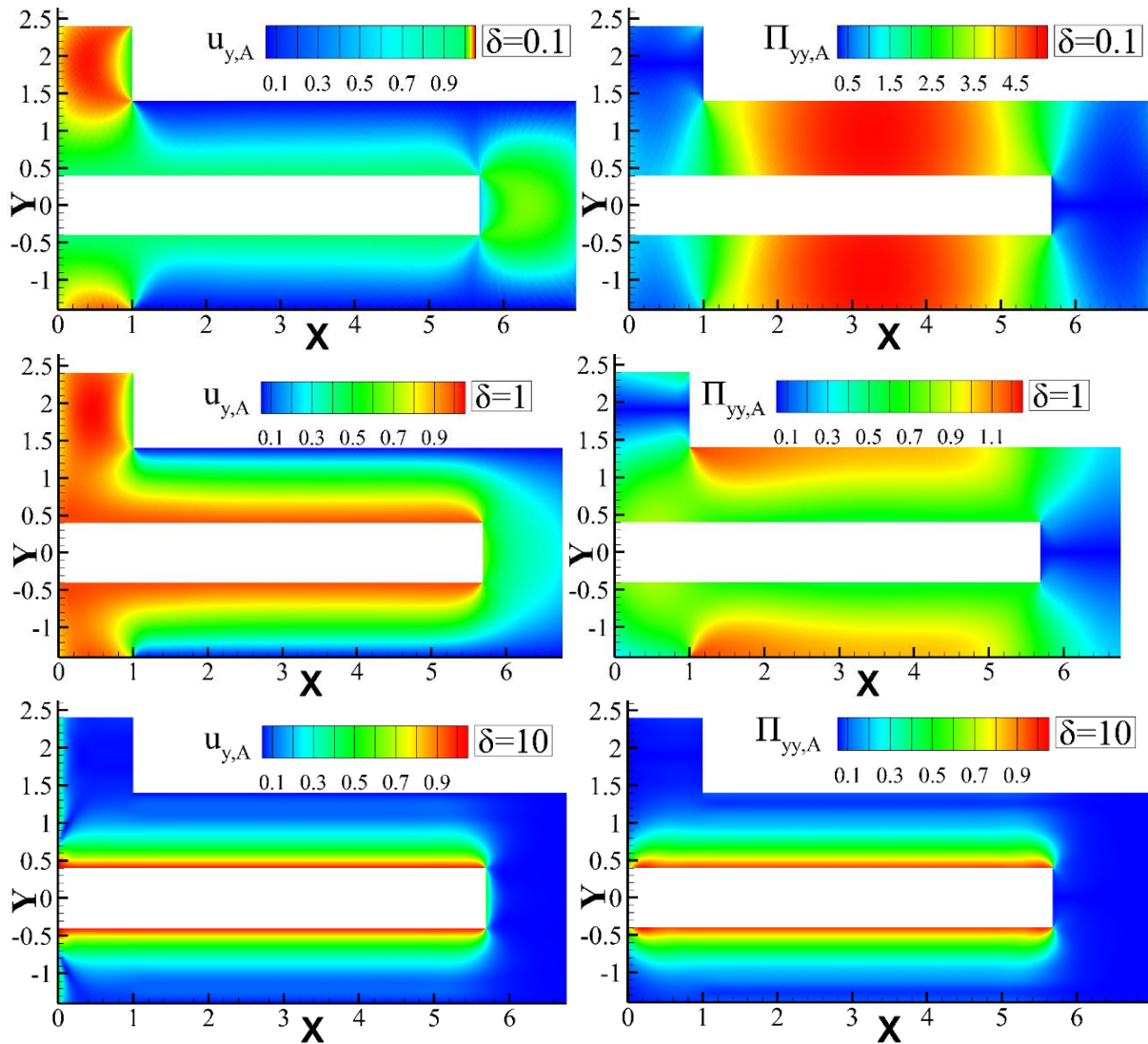
$\theta$	$\delta$	$d_2 = 0.6$	$d_2 = 1.3$	$d_2 = 2.6$	$ \Delta_{0.6} $	$ \Delta_{2.6} $
0.1	0.1	2.176(-1)	2.166(-1)	2.370(-1)	0.4	9.4
	1	2.793(-1)	2.799(-1)	2.799(-1)	0.2	0.0
	10	2.804(-1)	2.804(-1)	2.804(-1)	0.0	0.0
1	0.1	7.908(-1)	5.107(-1)	3.660(-1)	35.4	28.3
	1	1.752(-1)	1.876(-1)	2.101(-1)	7.1	12.0
	10	2.641(-1)	2.638(-1)	2.638(-1)	0.1	0.0
10	0.1	1.367	7.279(-1)	4.336(-1)	46.7	40.4
	1	8.409(-1)	5.251(-1)	3.654(-1)	37.6	30.4
	10	6.878(-2)	9.976(-2)	1.130(-1)	45.0	13.3

## 5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Παρουσιάζεται μια κινητική μεθοδολογία επίλυσης της περιοδικής αραιοποιημένης ροής σε διάταξη comb που υπόκειται σε κάθετη αρμονική ταλάντωση σε όλο το εύρος συχνοτήτων ταλάντωσης και αραιοποίηση ροής. Διαπιστώθηκε πως εμφανίζονται φαινόμενα αντισυντονισμού τα οποία είναι πολύ χρήσιμα αφού μπορούν να μειώσουν σημαντικά την απόσβεση του συστήματος. Όσο αυξάνεται η συχνότητα ταλάντωσης μειώνονται τα φαινόμενα συντονισμού και αντισυντονισμού. Επίσης, παρατηρήθηκε πως η μέση ορθή τάση στο τοίχωμα που είναι κάθετο στη κίνηση και η μέση διατμητική τάση στο τοίχωμα που είναι παράλληλο στη κίνηση παρουσιάζουν παρόμοια συμπεριφορά. Σε χαμηλές συχνότητες η γεωμετρία της διάταξης επιδρά σημαντικά στις τάσεις ενώ στις υψηλές συχνότητες επιδρά ελάχιστα. Η παραμετρική ανάλυση της γεωμετρίας μπορεί να βοηθήσει στο σχεδιασμό των μικροδιατάξεων comb για τη νέα γενιά αισθητήρων επιτάχυνσης και ταλαντωτών.

## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα έρευνα έχει χρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση μέσω του Εθνικού Προγράμματος Ελεγχόμενης Θερμοπυρηνικής Σύντηξης: Association EUROfusion – Hellenic Republic 2014-2018 (Grant Agreement No 633053, WP EDU). Επίσης, υποστηρίχθηκε από υπολογιστικό χρόνο που διατέθηκε από το Ελληνικό Δίκτυο Έρευνας και Τεχνολογίας στην εθνική HPC παροχή – ARIS υπό το έργο VAPUMICD (pr005047).



**Σχήμα 4.** Πλάτος ταχύτητας  $u_{y,A}$  και ορθής τάσης  $\bar{\Pi}_{yy,A}$  για παράμετρο αραιοποίησης  $\delta=[0.1,1,10]$  και για παράμετρο συχνότητας ταλάντωσης  $\theta=1$ .

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Beltman, W. M. et al. (1997), "AIR LOADS ON A RIGID PLATE OSCILLATING NORMAL TO A FIXED SURFACE", *Journal of Sound and Vibration* 206(2), pp. 217–242.
- Blech, J. J. (1983), "On Isothermal Squeeze Films", *Journal of Lubrication Technology* 105(4), p. 615.
- Cho, Y.-H. et al. (1994), "Slide film damping in laterally driven microstructures", *Sensors and Actuators A: Physical* 40(1), pp. 31–39.
- Desvilletes, L. and Lorenzani, S. (2012), "Sound wave resonances in micro-electro-mechanical systems devices vibrating at high frequencies according to the kinetic theory of gases", *Physics of Fluids* 24(9), pp. 1–24.
- Doi, T. (2010), "Numerical analysis of oscillatory Couette flow of a rarefied gas on the basis of the linearized Boltzmann equation for a hard sphere molecular gas", *Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Physik. Elsevier Ltd* 61(5), pp. 811–822.
- Frangi, A., Frezzotti, A. and Lorenzani, S. (2007), "On the application of the BGK kinetic model to the analysis of gas-structure interactions in MEMS", *Computers and Structures* 85(11–14), pp. 810–817.



- Kalempa, D. and Sharipov, F. (2009), "Sound propagation through a rarefied gas confined between source and receptor at arbitrary Knudsen number and sound frequency", *Physics of Fluids* 21(10), pp. 1–15.
- Lorenzani, S. et al. (2007), "Kinetic approach to gas flows in microchannels", *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering* 11(1–2), pp. 211–226.
- Lorenzani, S. and Desvillettes, L. (2012), "A kinetic approach for the evaluation of damping in micro-electro-mechanical systems devices vibrating at high frequencies", in pp. 802–808.
- Naris, S. and Valougeorgis, D. (2007), "Boundary-driven nonequilibrium gas flow in a grooved channel via kinetic theory", *Physics of Fluids* 19(6), pp. 1–15.
- Shakhov, E. M. (1968), "Generalization of the Krook kinetic relaxation equation", *Fluid Dynamics* 3(5), pp. 95–96.
- Sharipov, F. and Kalempa, D. (2008), "Oscillatory Couette flow at arbitrary oscillation frequency over the whole range of the Knudsen number", *Microfluidics and Nanofluidics* 4(5), pp. 363–374.
- Tang, W. C. (1994), "Viscous air damping in laterally driven microresonators", *Proceedings IEEE Micro Electro Mechanical Systems An Investigation of Micro Structures, Sensors, Actuators, Machines and Robotic Systems* pp. 199–204.
- Tsimpoukis, A. and Valougeorgis, D. (2018), "Pulsatile pressure driven rarefied gas flow in long rectangular ducts", *Physics of Fluids* 30(4), p. 047104.
- Tsimpoukis, A. and Valougeorgis, D. (2018), "Rarefied isothermal gas flow in a long circular tube due to oscillating pressure gradient", *Microfluidics and Nanofluidics*. Springer Berlin Heidelberg 22(1), p. 5.
- Tsimpoukis A. and Valougeorgis D, "Rarefied gas flow in a comb-type assembly driven by the vertical harmonic motion of an element", in *Proc. 3rd European Conference on Non-Equilibrium Gas Flows (NEGF18)*, Strasbourg, February 2018.
- Veijola, T. and Lehtovuori, A. (2009), "Numerical and analytical modelling of trapped gas in micromechanical squeeze-film dampers", *Journal of Sound and Vibration* 319(1–2), pp. 606–621.

## **ABSTRACT**

Oscillatory gas flows are common in comb-type devices where computation of the damping forces in the narrow gaps between moving elements is of major importance either in low or high frequencies. Here, the oscillatory rarefied gas flow in a comb-type structure driven by the vertical harmonic motion of the moving surface is investigated, based on the linearized unsteady Shakhov kinetic model equation. Due to the element vibration, complex flow patterns are formed in the direction perpendicular and parallel to its surface depending mainly on the gas rarefaction and oscillation parameters. Computational results are presented mainly for the average normal and shear stresses of the moving walls in terms of the oscillation frequency, the gas rarefaction and the geometry of the device. The amplitudes of both stresses are initially reduced as the rarefaction parameter is increased however after a minimum is reached the stresses oscillate until they remain constant in the high frequency regime. For low frequencies the stresses depend heavily on the dimensions while for high frequencies they remain constant despite any change in the dimensions.