

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΩΝ ΚΥΜΑΤΙΣΜΩΝ ΒΥΘΙΣΜΕΝΗΣ ΥΔΡΟΤΟΜΗΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΨΕΥΔΟΣΥΜΠΙΕΣΤΟΤΗΤΑΣ

Ντούρας Δημήτρης, Παπαδάκης Γιώργος
Τομέας Ναυτικής και Θαλάσσιας Υδροδυναμικής, Σχολή Ναυπηγών Μηχανολόγων Μηχανικών
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Ηρώων Πολυτεχνείου 9
15773 Ζωγράφου, Αθήνα
ntourasd@fluid.mech.ntua.gr
papis@fluid.mech.ntua.gr

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα εργασία εξετάζεται η αριθμητική προσομοίωση βυθισμένης υδροτομής (NACA0012). Για τους αριθμητικούς υπολογισμούς εφαρμόζεται η μέθοδος της ψευδοσυμπιεστότητας με επέκταση στις διφασικές ροές. Οι συγκρίσεις με τα πειράματα αφορούν τέσσερα διαφορετικά βυθίσματα. Η σύγκριση με τα πειραματικά δεδομένα θεωρείται ικανοποιητική παρόλο που οι αριθμητικοί υπολογισμοί υποεκτιμούν την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σε σχέση με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Λέξεις Κλειδιά: θαλάσσια υδροδυναμική, διφασικές ροές, ψευδοσυμπιεστότητα, αποτύπωση ελεύθερης επιφάνειας, βυθισμένη υδροτομή

1. Εισαγωγή

Η αύξηση της υπολογιστικής ισχύος έχει επιτρέψει την χρήση παραδοσιακά «ακριβών» αριθμητικών μεθόδων στην προσπάθεια αντιμετώπισης σύγχρονων επιστημονικών προβλημάτων. Ολοένα και περισσότερο πλεγματικές μέθοδοι υπολογιστικής ρευστομηχανικής (CFD) υιοθετούνται σε πολύπλοκα προβλήματα που συνήθως περιλαμβάνουν πολύπλοκες γεωμετρίες, μη μόνιμα φαινόμενα, διφασικές ροές κτλ. Στη περίπτωση της ναυτικής και θαλάσσιας υδροδυναμικής εμφανίζεται ένας επιπλέον παράγοντας δυσκολίας λόγω της ύπαρξης της ελεύθερης επιφάνειας.

Η ελεύθερη επιφάνεια σε μεθόδους CFD μοντελοποιείται με δύο βασικούς τρόπους. Στην πρώτη περίπτωση επιλύεται μόνο η υγρή φάση ενώ το πλέγμα στην ελεύθερη επιφάνεια αποτελεί οριακή επιφάνεια. Αυτή παραμορφώνεται ώστε να ικανοποιηθούν οι οριακές συνθήκες σε αυτήν. Η άλλη εκδοχή υποθέτει ροή δύο φάσεων (νερό-αέρας). Σε αυτή την περίπτωση η ελεύθερη επιφάνεια προκύπτει απευθείας σαν ασυνέχεια πυκνότητας στο υπολογιστικό χωρίο (volume of fluid VOF) (Hirt & Nichols, 1981). Καθώς η ελεύθερη επιφάνεια προκύπτει σαν λύση των εξισώσεων χρησιμοποιούνται ειδικά σχήματα διακριτοποίησης προκειμένου να περιοριστεί η αριθμητική διάχυση.

Στην παρούσα εργασία για την επίλυση της διφασικής ροής υιοθετήθηκε η μέθοδος ψευδοσυμπιεστότητας (Chorin, 1967). Η μέθοδος αυτή έχει χρησιμοποιηθεί αρκετά στη βιβλιογραφία

για την προσομοίωση ασυμπίεστης μονοφασικής ροής. Τελευταία, έγινε επέκταση της μεθόδου αυτής για διφασικές ροές (Kelecy & Pletcher, 1997) όπου και χρησιμοποιήθηκε για υπολογισμούς διφασικών ροών σε κλειστά δοχεία.

Στις παραδοσιακές μεθόδους επίλυσης διφασικών ασυμπίεστων ροών η εξίσωση μεταφοράς της πυκνότητας καθώς και οι μεταβλητές της ροής (πίεση, ταχύτητα) επιλύονται διαδοχικά (segregated solvers). Αντίθετα, στην περίπτωση της ψευδοσυμπίεστότητας η πυκνότητα, η πίεση και η ταχύτητα είναι ισχυρά συζευγμένες και επιλύονται ταυτόχρονα.

Η παρούσα εργασία αφορά την μελέτη των κυματισμών που προκύπτουν από μια βυθισμένη υδροτομή NACA0012. Για τις περιπτώσεις που θα παρουσιαστούν έχουν πραγματοποιηθεί πειράματα από τον (Duncan, 1983), αλλά και αριθμητικοί υπολογισμοί από τους (Prasad, Hino, & Suzuki, 2015), (Leroyer, Wackers, Queutey, & Guilmineau, 2011) (Tzabiras, 1997) και άλλους. Στην μελέτη που παρουσιάζεται γίνονται υπολογισμοί για διάφορα βυθίσματα ώστε να αποτιμηθεί η αλληλεπίδραση του βάθους της υδροτομής με την ελεύθερη επιφάνεια καθώς και η ικανότητα της μεθόδου να προλέξει τους κυματισμούς που δημιουργούνται λόγω της βυθισμένης υδροτομής.

Η δομή της εργασίας έχει ως εξής:

Στην δεύτερη ενότητα περιγράφεται εν' συντομία η υπολογιστική μέθοδος ενώ στην τρίτη ενότητα παρουσιάζεται η υπολογιστική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε. Στην τέταρτη ενότητα γίνεται σύγκριση των πειραματικών δεδομένων με τα υπολογιστικά αποτελέσματα, ενώ στο τέλος παρουσιάζονται τα βασικά συμπεράσματα.

2. Υπολογιστική Μέθοδος

2.1 Εξισώσεις Ροής

Η επίλυση των εξισώσεων ασυμπίεστης ροής γίνεται με την μέθοδο της τεχνητής ψευδοσυμπίεστότητας (Chorin, 1967). Η μέθοδος αυτή, για την σύζευξη των εξισώσεων μάζας (1) και ορμής (2), προσθέτει έναν ψευδοχρονικό όρο πίεσης στην εξίσωση συνέχειας, ο οποίος σε κάθε ψευδοχρονική επανάληψη θα πρέπει να συγκλίνει στο μηδέν.

$$\frac{1}{\beta} \frac{\partial p}{\partial \tau} + \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \nabla \cdot \vec{v} = -\nabla p + \nabla \vec{\sigma} + \vec{F}_B \quad (2)$$

Η μέθοδος αυτή, για την σύνδεση της πίεσης με την πυκνότητα χρησιμοποιεί την ελεύθερη παράμετρο β . Στις υπολογιστικές προσομοιώσεις αυτό αποτελεί μειονέκτημα, καθώς η παράμετρος εξαρτάται από το εκάστοτε μεγέθη που χρησιμοποιούνται, ενώ η τιμή της επηρεάζει τη σύγκλιση των εξισώσεων στο χρόνο.

Στην περίπτωση της επίλυσης διφασικής ροής χρησιμοποιείται επιπλέον, η εξίσωση μεταφοράς (3), η οποία περιγράφει την κίνηση της ελεύθερης επιφάνειας μεταξύ δύο άμικτων ρευστών. Αυτή η εξίσωση, είναι όμοια με αυτήν που χρησιμοποιείται στην μεθοδολογία *Volume of Fluid* (Hirt & Nichols, 1981), με την διαφορά ότι αντί να χρησιμοποιείται μια παράμετρος a (Volume fraction) που δέχεται τιμές από 0 έως 1 για να περιγράψει την ύπαρξη του ενός ή του άλλου, χρησιμοποιείται η αριθμητική τιμή των πυκνοτήτων ($\rho=1000 \text{ kg/m}^3$) για τον νερό, ($\rho=1.225 \text{ kg/m}^3$) για τον αέρα, ενώ οι ενδιάμεσες καταστάσεις περιγράφουν την ύπαρξη της ελεύθερης επιφάνειας.

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho = 0 \quad (3)$$

Το σύστημα των παραπάνω εξισώσεων μπορεί να γραφεί σε συντηρητική μορφή (Kelecy & Pletcher, 1997) και να λάβει την ακόλουθη μορφή:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \tau} d\Omega + I_t \int_{\Omega} \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} d\Omega + \int_{\partial\Omega} (\bar{F}_c - \bar{F}_v) dS = \int_{\Omega} \bar{Q} d\Omega \quad (4)$$

$$I_t = \text{diag}(1, 1, 1, 1, 0) \quad (5)$$

Όπου \bar{U} το διάνυσμα των μεταβλητών, \bar{F}_c το διάνυσμα της ατριοβούς ροής, \bar{F}_v το διάνυσμα της συνεκτικής ροής δίδονται από τις σχέσεις (6), ενώ με \bar{Q} συμβολίζονται οι όροι πηγής. Επιπλέον, τα σύμβολα t, τ αντιστοιχούν στον πραγματικό χρόνο και στον ψευδοχρόνο, ενώ με Ω συμβολίζεται ο όγκος αναφοράς.

$$\bar{U} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ P \end{bmatrix}, \bar{F}_c = \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + p n_x \\ \rho v V + p n_y \\ V \end{bmatrix}, \bar{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} n_x + \tau_{xy} n_y \\ \tau_{yx} n_x + \tau_{yy} n_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Στις παραπάνω σχέσεις με P συμβολίζεται ο όρος $P = p/\beta$.

Ο όρος πηγής \bar{Q} περιλαμβάνει τον όρο της επιτάχυνσης της βαρύτητας στην εξίσωση ορμής κατά την y κατεύθυνση καθώς και τους όρους απόσβεσης των κυματισμών (Perić & Abdel-Maksoud, 2016). Ακόμη στο δεξί μέλος της εξίσωσης (7) προστίθεται ένας όρος, ο οποίος προκύπτει ως υπόλοιπο από την εξίσωση της ελεύθερης επιφάνειας στο σύστημα (4) σε σχέση με την εξίσωση μεταφοράς (3).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \rho = -\frac{\rho}{\beta} \frac{\partial p}{\partial \tau} \quad (7)$$

Αυτός ο όρος προστίθεται καθώς το σύστημα των εξισώσεων λύνεται ταυτόχρονα. Ο όρος που εμφανίζεται στην (7) αποκτά νόημα μόνο στις πρώτες ψευδοχρονικές επαναλήψεις, όπου ο όρος της ψευδοσυμπιεστότητας δεν έχει συγκλίνει στο μηδέν.

Η μετατροπή των εξισώσεων ροής στην πινακοποιημένη μορφή (4), δίνει την δυνατότητα για την ταυτόχρονη επίλυση των εξισώσεων.

2.2 Διακριτοποίηση Εξισώσεων

Η χωρική διακριτοποίηση των εξισώσεων έγινε με την χρήση των πεπερασμένων όγκων. Η διακριτοποιημένη μορφή των εξισώσεων (για σταθερό πλέγμα) παίρνει την μορφή της εξίσωσης (8).

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}}{\partial \tau} = -\bar{R}_{\Omega} \quad (8)$$

Το διάνυσμα της ατριοβούς ροής υπολογίζεται σύμφωνα με τον προσεγγιστικό επιλυτή Riemman του Roe (Roe, 1986).

$$(\bar{F}_c)_i = \frac{1}{2} (\bar{F}_c(U_R) + \bar{F}_c(U_L)) + \frac{1}{2} |\tilde{A}_{RL}| (\bar{U}_R - \bar{U}_L) \quad (9)$$

$$|A| = R^{-1} |\Lambda| R, \quad |\Lambda| = \text{diag}(|\lambda_1|, |\lambda_2|, |\lambda_3|, |\lambda_4|) \quad (10)$$

Όπου λ_i , οι ιδιοτιμές του πίνακα A (Kelecy & Pletcher, 1997).

$$\lambda_{1,2} = q, \quad \lambda_4 = \frac{1}{2}(q - c), \quad \lambda_5 = \frac{1}{2}(q + c) \quad (11)$$

Στις σχέσεις (11) ισχύει $q = \vec{v} \cdot \vec{n}$, $c = \sqrt{q^2 + 4\beta'}$ η ψευδο-ταχύτητα του ήχου και $\beta' = \beta/\rho$.

Για την διακριτοποίηση των συνεκτικών όρων χρησιμοποιήθηκε ένα κεντρικό σχήμα διαφορών (Paradakis, 2014). Ενώ, η συνεκτικότητα του ρευστού στην ελεύθερη επιφάνεια υπολογίζεται ως

$$\mu = \alpha\mu_{\nu\epsilon\rho\omicron} + (1 - \alpha)\mu_{\alpha\epsilon\rho\alpha} \quad , \quad \alpha = \frac{\rho - \rho_{\alpha\epsilon\rho\alpha}}{\rho_{\nu\epsilon\rho\omicron} - \rho_{\alpha\epsilon\rho\alpha}} \quad (12)$$

Επιπλέον, θεωρώντας ότι η ροή που αναπτύσσεται είναι πλήρως τυρβώδης χρησιμοποιήθηκε το μοντέλο τύρβης δύο εξισώσεων $k-\omega$ SST (Menter, 1994) .

Για την ανακατασκευή (reconstruction) των μεταβλητών στις πλευρές των κελιών χρησιμοποιείται στην περίπτωση της πυκνότητας το σχήμα STACS (Darwish & Moukalled, 2006), στις ταχύτητες το σχήμα QUICK (Leonard, 1979), ενώ για την πίεση χρησιμοποιήθηκε σχήμα σεβόμενο την υδροστατική ισορροπία. Η ανακατασκευή της πίεσης στις πλευρές των κελιών χρίζει ιδιαίτερης προσοχής καθώς αν δεν ικανοποιείται ακριβώς το υδροστατικό κομμάτι της πίεσης είναι πιθανό να δημιουργηθούν πλασματικές ταχύτητες (Queutey & Visonneau, 2007) . Τα σχήματα επιλέχθηκαν με κριτήριο τόσο την απαίτηση για λεπτομερή περιγραφή της ελεύθερης επιφάνειας, όσο και τις απαιτήσεις για καλύτερη σύγκλιση του προβλήματος.

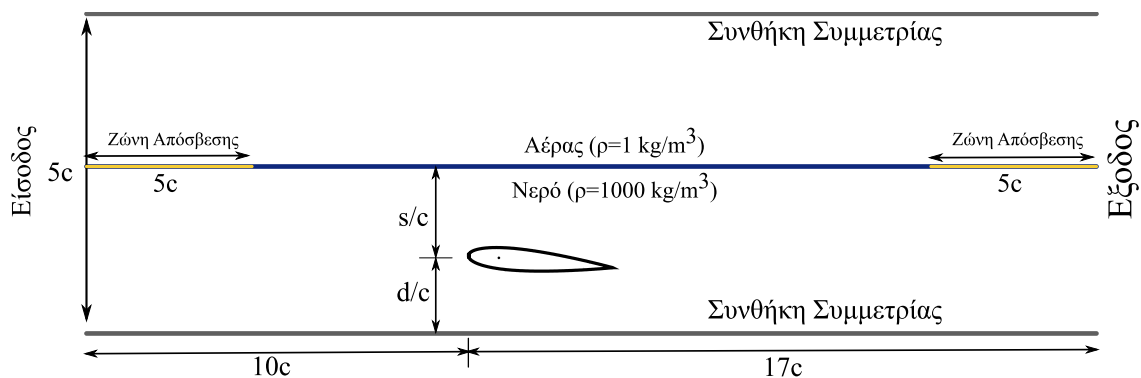
Για την χρονική διακριτοποίηση των εξισώσεων χρησιμοποιήθηκε η τεχνική του διπλού χρονικού βήματος (dual time stepping). Η επίλυση κάθε πραγματικής χρονικής στιγμής θεωρείται ως ένα χρονικά μόνιμο πρόβλημα (με εμβόλιμους όρους πηγής για τη χρονική μεταβολή).

Η παραπάνω μεθοδολογία υλοποιήθηκε ως επέκταση στον υπολογιστικό κώδικα MaPFlow (Paradakis, 2014) που αναπτύχθηκε στο εργαστήριο Αεροδυναμικής του ΕΜΠ. Το MaPFlow είναι ένας υπολογιστικός κώδικας RANS (Reynolds-Averaged Navier Stokes) που χρησιμοποιεί την μεθοδολογία των πεπερασμένων όγκων σε μη δομημένα πλέγματα. Ο επιλυτής έχει παραλληλοποιηθεί με την χρήση του πρωτοκόλλου MPI.

3 Λεπτομέρειες Αριθμητικής Μοντελοποίησης

Προκειμένου να εξακριβωθούν τα αποτελέσματα της μεθοδολογίας που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, πραγματοποιήθηκε υπολογιστική προσομοίωση που περιλαμβάνει μία υδροτομή NACA-0012 η οποία είναι πλήρως βυθισμένη. Αφετηρία για την υπολογιστική μελέτη ήταν τα πειράματα που διενεργήθηκαν από τον (Duncan, 1983). Σε αυτό το άρθρο, παρουσιάζονται τα ύψη κύματος που προκαλούνται από την κίνηση της υδροτομής, η οποία κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα και γωνία πρόσπτωσης 5° .

Στο Σχήμα 1 παρουσιάζεται η υπολογιστική διάταξη που χρησιμοποιήθηκε.



Σχήμα 1: Αναπαράσταση του υπολογιστικού χωρίου

Στις αριθμητικές προσομοιώσεις η υδροτομή βρίσκεται σε μία σταθερή θέση και προσπίπτει σε αυτή ρεύμα σταθερής ταχύτητας. Όλοι οι υπολογισμοί έγιναν με διαστατά μεγέθη, όπως δίνονται από την περιγραφή του πειράματος. Το μήκος της χορδή της υδροτομής είναι $L=20.3\text{cm}$, ο αριθμός Froude της ροής είναι $Fr=0.576$, ενώ ο αριθμός Reynolds είναι $Re=1.62e^5$.

Στο παρόν άρθρο παρουσιάζονται τέσσερις υπολογιστικές προσομοιώσεις, που αντιστοιχούν σε τέσσερις διαφορετικές αποστάσεις από την ελεύθερη επιφάνεια και συγκρίνονται με τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα. Στον πίνακα 1, παρουσιάζονται οι τέσσερις αποστάσεις από την ελεύθερη επιφάνεια (Πίνακας 1). Αξίζει να σημειωθεί ότι η απόσταση της υδροτομής από τον τοίχο διατηρείται σταθερή και στις τέσσερις περιπτώσεις ($d=17.5\text{cm}$). Οι οριακές συνθήκες του προβλήματος φαίνονται στο Σχήμα 1. Για την απόσβεση των κυμάτων στα άκρα του υπολογιστικού χωρίου προστέθηκε ένας όρος πηγής στις εξισώσεις ορμής. Αξίζει να σημειωθεί εδώ ότι στην βιβλιογραφία οι περισσότερες αριθμητικές προσομοιώσεις ο πυθμένας τοποθετείται σε μεγαλύτερη απόσταση από την πειραματική διάταξη (Prasad et al., 2015), (Hino & Hino, 1997), (Adjali, Belkadi, Aounallah, & Imine, 2015). Στην παρούσα εργασία ο πυθμένας έχει τοποθετηθεί σε συμφωνία με την πειραματική διάταξη.

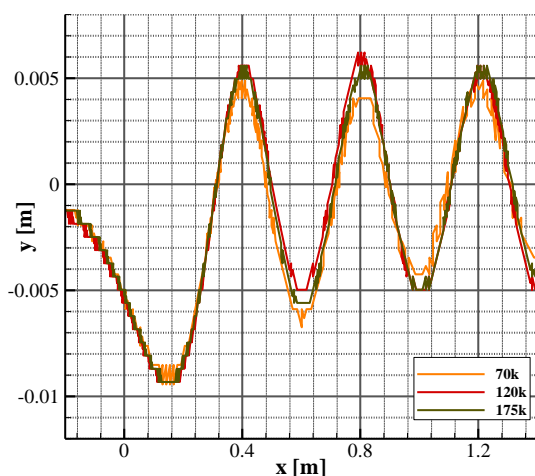
Περίπτωση	Βύθιση (s) [cm]
1	26.1
2	23.6
3	19.3
4	18.5

Πίνακας 1: Απόσταση του κέντρου πίεσης της υδροτομής από την ελεύθερη επιφάνεια

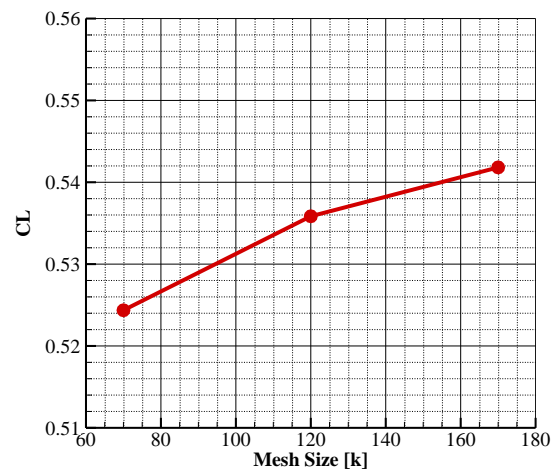
Η επιλογή του υπολογιστικού χωρίου έγινε παραμετροποιώντας το πλέγμα στην περιοχή της ελεύθερης επιφάνειας. Διατηρώντας σταθερή την διακριτοποίηση στην περιοχή της υδροτομής, δημιουργήθηκαν τρία διαφορετικά πλέγματα τα οποία πυκνώνουν σταδιακά κατά το μήκος και το ύψος του κύματος. Αυτά παρουσιάζονται συνοπτικά στον πίνακα 2. Τα αποτελέσματα της ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας και του συντελεστή άωσης παρουσιάζονται Σχήμα 2 και Σχήμα 3, αντίστοιχα. Στο Σχήμα 3 φαίνεται η σύγκλιση του συντελεστή άωσης με την αύξηση του αριθμού των κελιών. Για τους υπολογισμούς που ακολουθούν επιλέχθηκε το πλέγμα των 120k κελιών.

Συνολικός αριθμός κελιών	Αριθμός κελιών καθ' ύψος του κύματος	Αριθμός κελιών κατά μήκος του κύματος
65k	12	40
110k	25	65
150k	60	120

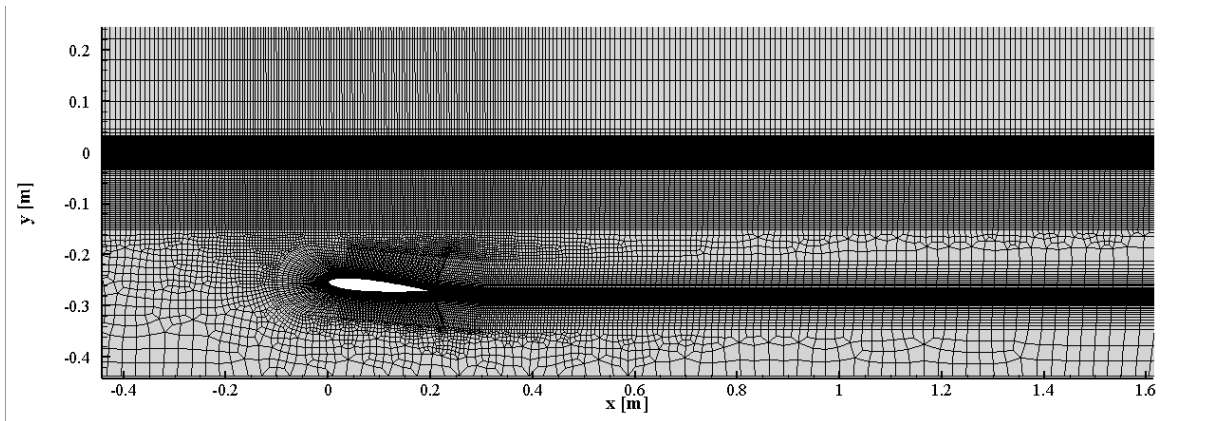
Πίνακας 2 Παραμετροποίηση του υπολογιστικού πλέγματος σε σχέση με τον αριθμό των κελιών στην ελεύθερη επιφάνεια για την Περίπτωση 1



Σχήμα 2 Συντελεστής άωσης συναρτήσει του μεγέθους του πλέγματος για την περίπτωση 1

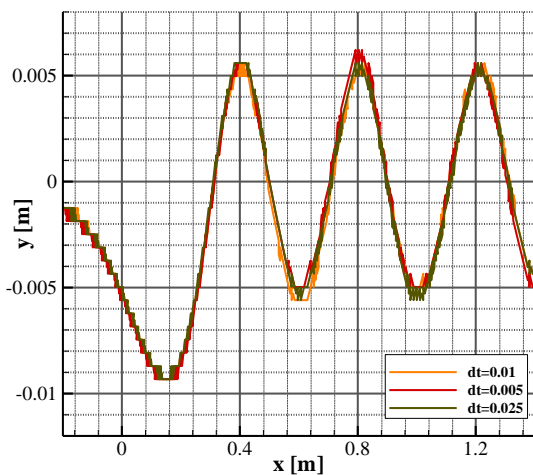


Σχήμα 3 Συντελεστής άωσης συναρτήσει του μεγέθους του πλέγματος για την περίπτωση 1

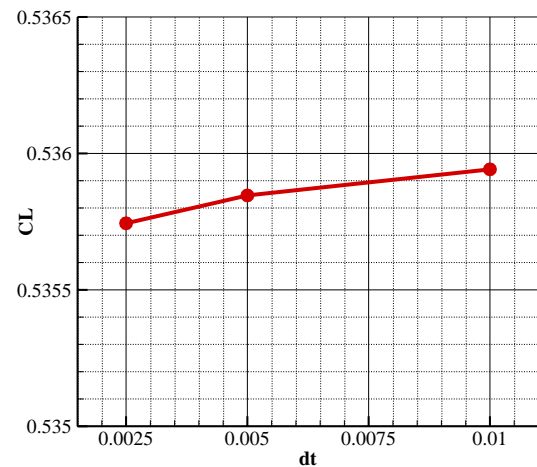


Σχήμα 4 Απεικόνιση του τελικού υπολογιστικού πλέγματος

Για τον προσδιορισμό του απαιτούμενου χρονικού βήματος έγιναν προσομοιώσεις για 3 διαφορετικά χρονικά βήματα ($dt=0.01s$, $0.005s$, $0.0025s$) στο πλέγμα που επιλέχθηκε προηγουμένως. Οι υπολογιστικές προλέξεις συναρτήσεων του χρονικού βήματος παρουσιάζονται στο Σχήμα 5 και στο Σχήμα 6. Στο Σχήμα 5, όπου απεικονίζεται η ελεύθερη επιφάνεια, εμφανίζονται μικρές διαφοροποιήσεις στους παραγόμενους κυματισμούς με την μεταβολή του χρονικού βήματος. Αντίθετα στο Σχήμα 6, όπου απεικονίζεται συντελεστής άνωσης συναρτήσεων του χρονικού βήματος οι διαφορές που παρουσιάζονται είναι μεγαλύτερες. Τελικά το χρονικό βήμα που επιλέχθηκε είναι το $dt=0.005s$.



Σχήμα 5 Απεικόνιση της ελεύθερης επιφάνειας για τρία διαφορετικά χρονικά βήματα



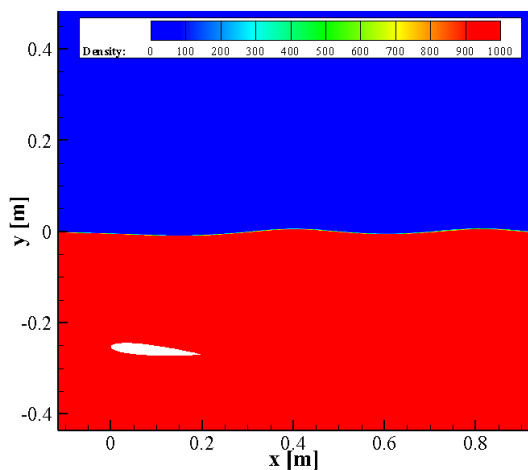
Σχήμα 6 Συντελεστής άνωσης συναρτήσεων του χρονικού βήματος

Σε όλες τις προσομοιώσεις επιλέχθηκε η παράμετρος β να είναι σταθερή και ίση με 5000. Η διερεύνηση της παραμέτρου αυτής έδειξε ότι πρέπει να είναι ίδιας τάξης μεγέθους με την μεγαλύτερη τιμή της επ'άπειρο ορμής (εν προκειμένω του νερού) ενώ σε όλες τις προσομοιώσεις έγιναν 10 ψευδοχρονικές επαναλήψεις ανά χρονικό βήμα.

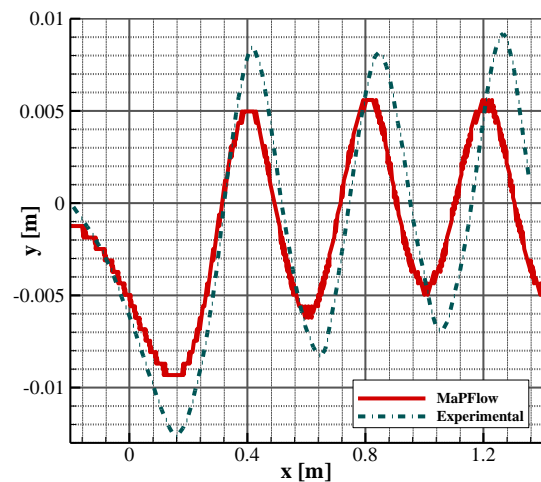
4.Αποτελέσματα

Όπως αναφέρθηκε και στην προηγούμενη ενότητα θα παρουσιαστούν τέσσερις περιπτώσεις βύθισης της υδροτομής (Πίνακας 1). Η απόσταση από της υδροτομής από τον πυθμένα διατηρήθηκε σταθερή και ίση με 17.5cm. Η μεταβολή της βύθισης επιτυγχάνεται από το ορισμό της ελεύθερης επιφάνειας στα διάφορα ύψη.

Η πρώτη περίπτωση που παρουσιάζεται στο Σχήμα 7 και Σχήμα 8 αφορά την υδροτομή σε απόσταση 26.1cm από την ελεύθερη επιφάνεια. Στο Σχήμα 7 παρουσιάζεται το πεδίο πυκνότητας των αριθμητικών υπολογισμών και στο Σχήμα 8 η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας σε σύγκριση με τις πειραματικές μετρήσεις του (Duncan, 1983). Από την απεικόνιση του πεδίου πυκνότητας φαίνεται ο διαχωρισμός των φάσεων (αέρας, νερό) και παρατηρείται η περιορισμένη διάχυση της πυκνότητας. Αυτό επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας σχήματα που περιορίζουν την αριθμητική διάχυση (compressive), όπως το STACS (Darwish & Moukalled, 2006) που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία. Στο Σχήμα 8 παρουσιάζεται η ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας όπου και φαίνεται ότι οι υπολογισμοί υποεκτιμούν το ύψος κύματος σε σχέση με τα πειραματικά δεδομένα. Όσο αναφορά το μήκος κύματος, η σύγκριση είναι καλύτερη με τα πειράματα να προλέγουν μεγαλύτερο μήκος κύματος από τους υπολογισμούς.

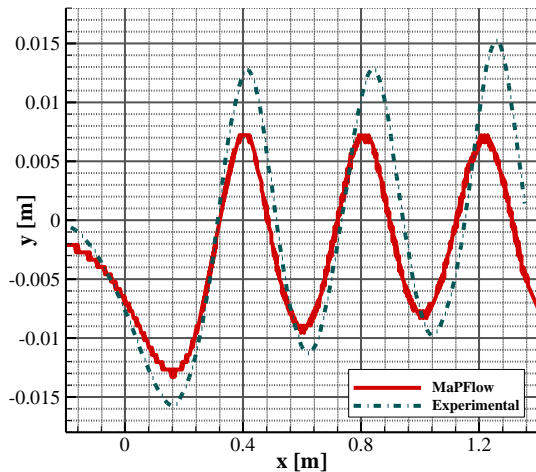


Σχήμα 7 Πεδίο πυκνότητας για την Περίπτωση 1 (s=26.1cm)

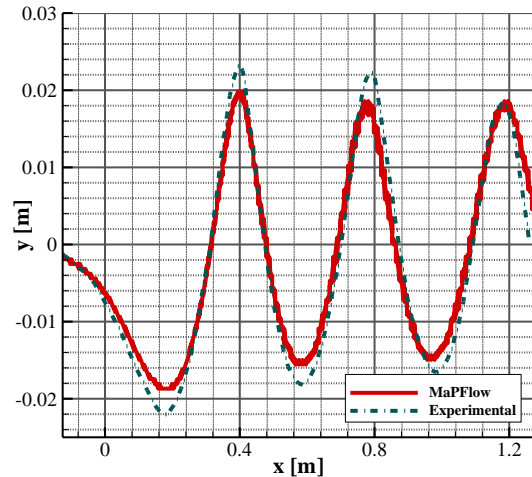


Σχήμα 8 Σύγκριση υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων για την Περίπτωση 1 (s=26.1cm)

Στη συνέχεια, στο Σχήμα 9 και Σχήμα 10 παρουσιάζονται οι αριθμητικές προλέξεις για την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας για τις περιπτώσεις 2 και 3, όπου το βύθισμα είναι 23.6cm και 19.3cm αντίστοιχα. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 9, για την περίπτωση 2, οι υπολογισμοί υποεκτιμούν τα παραγόμενα ύψη κύματος. Αντίθετα, η σύγκριση για τα μήκη κύματος είναι καλύτερη με τους υπολογισμούς. Για την περίπτωση 3, όπου το βύθισμα της υδροτομής είναι 19.3cm, η συσχέτιση με τα πειράματα είναι πολύ καλύτερη και σε σχέση με το ύψος του κύματος. Θα πρέπει να τονιστεί εδώ ότι στις μεθόδους VOF η ελεύθερη επιφάνεια δεν είναι σαφώς ορισμένη. Αντίθετα, υπάρχει μια περιοχή κελίων στα οποία η πυκνότητα έχει τιμές από 1.225 -1000. Στην παρούσα εργασία για την απεικόνιση της ελεύθερης επιφάνειας χρησιμοποιήθηκαν τα κελία που είχαν τιμές πυκνότητας από 450 έως 550.

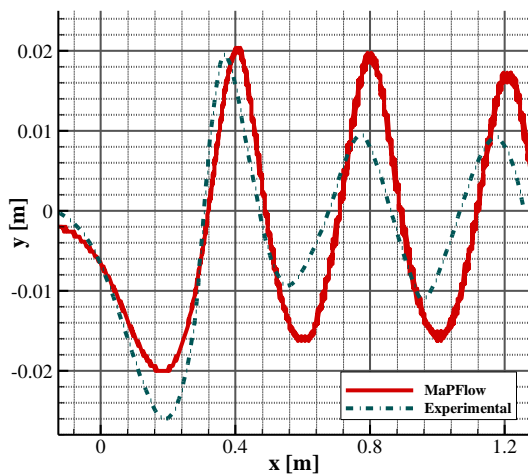


Σχήμα 9 Σύγκριση υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων για την Περίπτωση 2 ($s=23.6\text{cm}$)

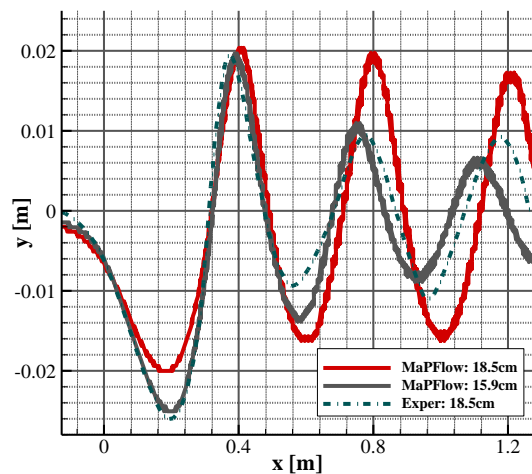


Σχήμα 10 Σύγκριση υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων για την Περίπτωση 3 ($s=19.3$)

Στην τελευταία περίπτωση ($s=18.5\text{cm}$), στα πειράματα παρατηρήθηκε θραύση του πρώτου κύματος και για αυτό τα υπόλοιπα κύματα έχουν αισθητά μικρότερο ύψος. Αντίθετα, στους αριθμητικούς υπολογισμούς, δεν προλέγεται θραύση και συνεπώς το ύψος των κυμάτων παραμένει σταθερό. Συγκρίνοντας την ανύψωση της ελεύθερης επιφάνειας για την περίπτωση της θραύσης του κύματος με τα πειραματικά δεδομένα (Σχήμα 11) παρατηρείται καλή σύμπτωση με τα πειραματικά δεδομένα, όσον αναφορά το ύψος του πρώτου κύματος, αλλά και του μήκους κύματος.

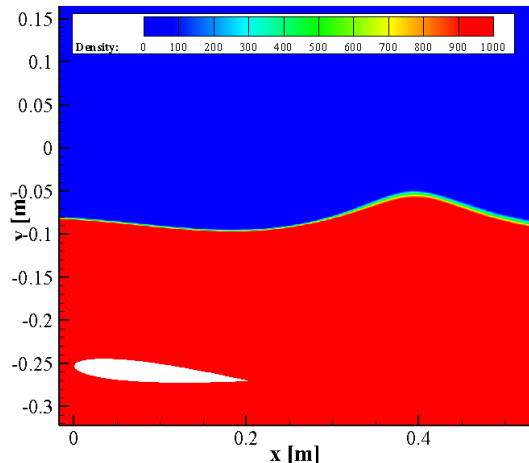


Σχήμα 11 Σύγκριση υπολογιστικών και πειραματικών αποτελεσμάτων για την Περίπτωση 4 ($s=18.5$).

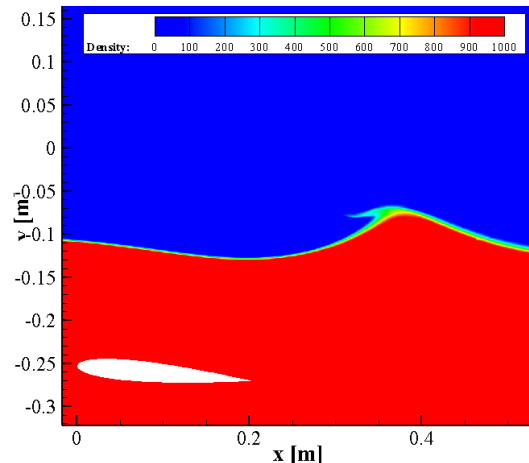


Σχήμα 12 Σύγκριση ανύψωσης της ελεύθερης επιφάνειας με τα πειραματικά δεδομένα. Παρουσιάζονται υπολογιστικά αποτελέσματα για δύο βυθίσματα 18.5cm και 15.9cm. Η σύμπτωση των υπολογισμών για βύθισμα 18.5cm με τα πειράματα για βύθισμα 15.9cm είναι εμφανής

Προκειμένου να κατανοηθεί η διαφορά αριθμητικών αποτελεσμάτων και πειραματικών δεδομένων έγιναν υπολογισμοί για ακόμα μια περίπτωση βύθισης της υδροτομής με $s=15.9\text{cm}$. Συγκρίνοντας το πεδίο πυκνότητας των υπολογισμών στο Σχήμα 13 (για βύθισμα $s=18.5\text{cm}$) και Σχήμα 14 (για βύθισμα 15.9cm) γίνεται σαφές ότι στην δεύτερη περίπτωση προλέγεται θραύση του πρώτου κύματος.



Σχήμα 13 Πεδίο πυκνότητας για βύθισμα υδροτομής 18.5cm



Σχήμα 14 Πεδίο πυκνότητας για βύθισμα υδροτομής 15.9cm

5. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία παρουσιάστηκαν αποτελέσματα βυθισμένης υδροτομής NACA0012 σε διφασική ροή. Τα βασικά συμπεράσματα συνοψίζονται στα εξής:

- Για την προσομοίωση της ροής σε ασυμπίεστο ρευστό χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος ψευδοσυμπίεστότητας και πιστοποιήθηκε η επέκτασή της για διφασικές ροές.
- Οι αριθμητικοί υπολογισμοί προλέγουν μικρότερα ύψη κύματος από τα πειραματικά αποτελέσματα. Αυτό είναι σε συμφωνία με άλλους αριθμητικούς υπολογισμούς που χρησιμοποιούν την μέθοδο VOF για την προσομοίωση της ελεύθερης επιφάνειας (Hino, 1997) και (Leroyer et al., 2011). Παρόλα αυτά, η μέθοδος παράγει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε σύγκριση με τα πειραματικά ενώ είναι ικανή να προλέξει και κύματα σε θράυση.
- Οι συγκρίσεις του μήκους των παραγομένων κυμάτων σε σχέση με τα πειραματικά είναι ικανοποιητική αν και εκεί υπάρχουν μικρές διαφοροποιήσεις.
- Η τιμή της παραμέτρου β που εισάγει η μέθοδος της τεχνητής συμπίεστότητας διατηρήθηκε σταθερή. Θεωρείται ουσιαστικό να γίνουν προσομοιώσεις όπου η τιμή της δεν θα ίδια και για τα δύο ρευστά ή ακόμα να μεταβάλλεται κατά την διάρκεια της επίλυσης, ανάλογα με τις απαιτήσεις για σύγκλιση.
- Στην παρούσα εργασία η ροή θεωρήθηκε πλήρως τυρβώδης. Δεδομένου του σχετικά μικρού αριθμού Re είναι σημαντικό να γίνουν προσομοιώσεις χρησιμοποιώντας μοντέλα μετάβασης από στρωτή σε τυρβώδη ροή (transition)

Βιβλιογραφία

- Adjali, S., Belkadi, M., Aounallah, M., & Imine, O. (2015). A numerical study of steady 2D flow around NACA 0015 and NACA 0012 hydrofoil with free surface using VOF method. *EPJ Web of Conferences*, 92(5), 02001. <https://doi.org/10.1051/epjconf/20159202001>
- Chorin, A. J. (1967). A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems. In *Journal of Computational Physics* (pp. 12–26). <https://doi.org/10.1109/ET2ECN.2012.6470106>
- Darwish, M., & Moukalled, F. (2006). Convective Schemes for Capturing Interfaces of Free-Surface Flows on Unstructured Grids. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 49(1), 19–42. <https://doi.org/10.1080/10407790500272137>
- Duncan, J. H. (1983). The breaking and non-breaking wave resistance of a two-dimensional hydrofoil.

- Journal of Fluid Mechanics*, 126, 507–520. <https://doi.org/10.1017/S0022112083000294>
- Hino, T. (1997). An unstructured grid method for incompressible viscous flows with a free surface. In *35th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. Reston, Virginia: American Institute of Aeronautics and Astronautics. <https://doi.org/10.2514/6.1997-862>
- Hirt, C. W., & Nichols, B. D. (1981). Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39(1), 201–225. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(81\)90145-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90145-5)
- Kelecy, F. J., & Pletcher, R. H. (1997). The Development of a Free Surface Capturing Approach for Multidimensional Free Surface Flows in Closed Containers. *Journal of Computational Physics*, 138(2), 939–980. <https://doi.org/10.1006/jcph.1997.5847>
- Leonard, B. P. (1979). A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 19(1), 59–98. [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(79\)90034-3](https://doi.org/10.1016/0045-7825(79)90034-3)
- Leroyer, A., Wackers, J., Queutey, P., & Guilmineau, E. (2011). Numerical strategies to speed up CFD computations with free surface - Application to the dynamic equilibrium of hulls. *Ocean Engineering*, 38(17–18), 2070–2076. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2011.09.006>
- Menter, F. R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8), 1598–1605. <https://doi.org/10.2514/3.12149>
- Papadakis, G. (2014). *Development of a hybrid compressible vortex particle method and application to external problems including helicopter flows*.
- Perić, R., & Abdel-Maksoud, M. (2016). Reliable damping of free-surface waves in numerical simulations. *Ship Technology Research*, 63(1), 1–13. <https://doi.org/10.1080/09377255.2015.1119921>
- Prasad, B., Hino, T., & Suzuki, K. (2015). Numerical simulation of free surface flows around shallowly submerged hydrofoil by OpenFOAM. *Ocean Engineering*, 102, 87–94. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2015.04.049>
- Queutey, P., & Visonneau, M. (2007). An interface capturing method for free-surface hydrodynamic flows. *Computers and Fluids*, 36(9), 1481–1510. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2006.11.007>
- Roe, P. (1986). Characteristic-Based Schemes for the Euler Equations. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 18(1), 337–365. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.18.1.337>
- Tzabiras, G. D. (1997). A numerical investigation of 2D, steady free surface flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 25(5), 567–598. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0363\(19970915\)25:5<567::AID-FLD577>3.0.CO;2-Q](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0363(19970915)25:5<567::AID-FLD577>3.0.CO;2-Q)

NUMERICAL SIMULATION OF SUBMERGED HYDROFOIL USING THE ARTIFICIAL COMPRESSIBILITY METHOD

Ntouras Dimitris, Papadakis George
School of Naval Architecture and Marine Engineering
National Technical University of Athens
ntourasd@fluid.mech.ntua.gr
papis@fluid.mech.ntua.gr

ABSTRACT

Computational fluid dynamics (CFD) has proven to be a very useful tool in engineering. The increase of the computational power in modern computers has made possible to simulate extreme phenomena interacting with complicated geometries. In the field of the marine and naval engineering a key parameter of the simulations is the capturing of the free surface. Numerous methods have presented in the last decades considering the effective capturing of the free surface deformation.

This paper presents a numerical investigation for a two phase flow of immiscible fluids. A surface capturing method is implemented coupled with an incompressible solver, that is making use of the artificial compressibility method. In order to demonstrate the results, a numerical simulation is considered, which includes a fully submerged hydrofoil (NACA0012) subjected to a constant velocity field. The numerical results are compared with experimental data. Four study cases are presented that corresponds to three different submergence depths.

The computational grid is an unstructured mesh with size of 110k cells. The flow is considered fully turbulent. The numerical results have shown, that although they have a valid approximation of the wave length, they diverge from the experimental data in regards to the wave height. Furthermore, in the fourth case (submergence $s=18.9\text{cm}$) that it is presented, at the experiment wave breaking occurred, which does not appear in the simulation. However, for a smaller submergence depth ($s=15.9\text{cm}$) a breaking wave occurred in the simulation also, which had the same characteristics as in the fourth case. In total, the wave heights occurred through simulation was related to smaller submergence depths in the experiment. The main reason of this deviation could be the different setup of the computational and the experimental case. In the experiment the hydrofoil is moving horizontally with constant speed, while in the simulation a current of constant speed simulates the movement of the hydrofoil. This results to an acceleration of the flow between the bottom of the tank and the airfoil and the overall pressure difference is reduced.

In conclusion, the paper presents a uniform methodology for solving two phase flows of immiscible fluids using the artificial compressibility method. The results, slightly differing from the experiments, are considered to be satisfactory. The analysis of the results shows that the present methodology introduces a robust algorithm for simulating free surface flows in a non-segregated way.